Verteilungen

Diskrete Verteilungen

Binomialverteilung (Ziehen mit Zurücklegen)

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$$P(X\le k)=\sum_{i=0}^{k}\binom{n}{i}\cdot p^i\cdot(1-p)^{n-i}$$

$$E(X)=n\cdot p;\ \sigma(X)=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}$$

Hypergeometrische Verteilung (Ziehen ohne Zurücklegen)

$$P(X=k)=\frac{\binom{M}{k}\cdot\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$E(X)=n\cdot\frac{M}{N}$$

Geometrische Verteilung („Warten auf Erfolg“)

$$P(X=k)=(1-p)^{k-1}\cdot p$$

$$E(X)=\frac{1}{p}$$

Poisson-Verteilung

$$P(X=k)=\frac{\mu^k}{k!}\cdot e^{-\mu}$$

$$E(X)=\mu;\ \sigma(X)=\sqrt{\mu}$$

Stetige Verteilungen

N(0;1)- Standardnormalverteilung

$$P(X\le x)=\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{1}{2}t^2}dt$$

$$E(X)=0;\ \sigma(X)=1$$

N(μ;σ)-Normalverteilung

$$P(X\le x)=F(X)=\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}dt$$

$$E(X)=\mu;\ \sigma(X)=\sigma$$

Standardisieren: Setze $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$.

Exponentialverteilung („Warten auf Erfolg“)

$$P(X\le x)=F(X)=\begin{cases}0 & \text{für } x<0\\ 1-e^{-\lambda x} & \text{für } x\ge 0\end{cases}$$

$$E(X)=\frac{1}{\lambda};\ \sigma(X)=\frac{1}{\lambda}$$

Tipps zum Ablesen der NV

$$P(a\le X\le b)=\Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

$$\Phi(-x)=1-\Phi(x)$$

Näherungen

(1) Formeln von ***de Moivre-Laplace*** (BNMV → NV):

X binomialverteilt mit $\mu=n\cdot p$ und $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}$; **Laplace-Bedingung** $\sigma>3$ erfüllt; dann gilt:

(i) lokale Näherung:

$$B(n;p;k)\approx\frac{1}{\sigma}\cdot\varphi\left(\frac{k-\mu}{\sigma}\right)=\frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{k-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

(ii) globale Näherung:

$$P(a\le X\le b)\approx\Phi\left(\frac{b-\mu+0{,}5}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-\mu-0{,}5}{\sigma}\right)$$

(2) BNMV → PV:

Für sehr kleine p (**p ≤ 0,08**) und sehr große n (**n ≥ 1500·p**) gilt: $B(n;p;k)\approx\frac{\mu^k}{k!}\cdot e^{-\mu}$ mit $\mu=n\cdot p$.

(3) HGMV → BNMV:

Für **N >> n** gilt mit $p=\frac{M}{N}$: $\frac{\binom{M}{k}\cdot\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}\approx B\left(n;p=\frac{M}{N};k\right)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$.